

## ESTUDO DAS PROPRIEDADES DOS GRÁFICOS DE CONTROLE BIVARIADOS COM TAMANHO DE AMOSTRA VARIÁVEL POR MEIO DE SIMULAÇÕES.

Bia Keiko Haneda, Antônio Fernando Branco Costa, Marcela Aparecida Guerreiro Machado. – Engenharia de Produção Mecânica – Departamento de Produção – Faculdade de Engenharia – Campus de Guaratinguetá.

Os gráficos de controle tem sido a principal ferramenta estatística utilizada no monitoramento de processos graças a sua simplicidade operacional. De acordo com os fundamentos estabelecidos por Shewhart sempre que um ponto é plotado na região de ação do gráfico, o responsável pelo processo deve interrompê-lo imediatamente, visando encontrar causas especiais que afetam a qualidade dos produtos, exemplo, um desgaste de ferramenta que altera o diâmetro  $X$  dos eixos que estão sendo manufaturados. Entretanto, essa simplicidade torna o gráfico de controle lento na detecção de pequenas a moderadas alterações nos parâmetros dos processos que estão sendo monitorados, isto é, na média e/ou na variância da variável aleatória  $X$ . Assim sendo, não têm sido poucas as propostas de alterações à idéia original de Shewhart, tais como os gráficos de controle com tamanho de amostra variável.

Quando o gráfico de Shewhart está em uso, amostras de tamanho fixo são retiradas do processo em intervalos regulares. A idéia do esquema com tamanho de amostra variável consiste em se variar o tamanho da amostra  $n$ , de maneira apropriada, entre um valor mínimo,  $n_1$ , e um valor máximo,  $n_2$ , com base na informação da última amostra retirada do processo. Este gráfico é conhecido na literatura por *Variable Sample Size chart* ou gráfico VSS.

O gráfico de Shewhart univariado com tamanho de amostra variável foi estudado por Costa (1994). Aparisi (1996) estendeu estes estudos para o gráfico de controle multivariado baseado na estatística  $T^2$  de Hotelling, onde é definido um limite de advertência  $w$ , sendo  $0 < w < LSC$ , que identifica quando se deve mudar o tamanho da amostra (Figura 1). O tamanho da amostra do subgrupo  $i$  depende do valor de  $T_{i-1}^2$ . Se  $T_{i-1}^2 < w$  o tamanho de amostra do  $i$ -ésimo subgrupo é  $n_1$ . Se  $w < T_{i-1}^2 < LSC$  o tamanho da amostra do  $i$ -ésimo subgrupo é  $n_2$ . Os pontos pretos no gráfico da Figura 1 correspondem às amostras de tamanho  $n_1$  e os pontos brancos correspondem às amostras de tamanho  $n_2$ . Se  $T_i^2 > LSC$  o gráfico de controle sinaliza.

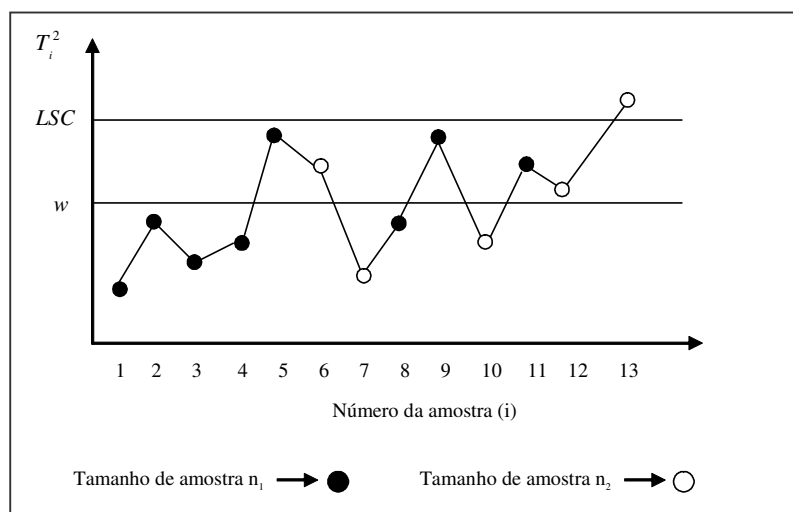


Figura 1 - Gráfico de controle  $T^2$  de Hotelling com tamanho de amostra variável.

Neste trabalho considerou-se processos bivariados onde duas características de qualidade ( $x; y$ ) são medidas. Foi elaborado um código computacional na Linguagem C (Haneda et al. (2006)) para obter as propriedades do gráfico de controle proposto. A validação do código computacional vem sendo feita através da comparação entre os resultados simulados e os resultados teóricos existentes.

Nas simulações são gerados valores de duas variáveis com distribuição normal. Obtém-se o número médio de amostras (NMA) necessárias para se detectar uma alteração no processo. Através do NMA avalia-se o desempenho dos gráficos de controle que, por sua vez, depende dos parâmetros  $n$ , o tamanho de amostra, e  $k$ , o fator de abertura dos limites de controle.

Quando um processo está sob controle é desejável que o número médio de amostras retiradas do processo desde o início do monitoramento até o sinal ( $NMA_0$ ) seja grande, de modo a garantir poucos alarmes falsos. Quando um processo está fora de controle é desejável que o número médio de amostras retiradas desde a ocorrência de uma causa especial até o sinal ( $NMA$ ) seja pequeno, de modo a garantir uma rápida detecção de alterações no processo, ver Costa *et al.* (2005).

A Tabela 1 apresenta os valores de NMA para o gráfico de controle  $T^2$  de Hotelling com tamanho de amostra variável. Similar a Costa (1994), Aparisi (1996) obteve os valores do NMA para o gráfico de controle  $T^2$  de Hotelling com tamanho de amostra variável por meio de cadeias de Markov. O parâmetro  $\lambda$  mede o quanto as médias se distanciaram do valor-alvo. Durante o período em controle, a taxa de itens inspecionados é dada por  $\bar{n}$ .

**Tabela 1** - Valores de NMA para o gráfico de controle VSS com  $\bar{n}=4$

$n_1=2$	$n_2=6$	$n_2=9$	$n_2=12$
$\lambda$	$w=1,386$ $LSC=10,597$	$w=2,618$ $LSC=10,597$	$w=3,218$ $LSC=10,597$
0,0	200,0	200,0	200,0
0,5	113,45	110,83	106,20
1,0	34,70	28,18	23,54
1,5	12,85	7,78	6,22
2,0	4,55	3,44	3,14
2,5	2,55	2,25	2,30
3,0	1,85	1,81	1,96

Haneda *et al.* (2006) elaboraram códigos computacionais na linguagem C para a obtenção das propriedades dos gráficos de controle bivariados com tamanho de amostra variável. No estudo os valores de NMA obtidos por meio de simulações foram comparados com aqueles obtidos por Aparisi (1996). A Tabela 2 fornece os erros percentuais decorrentes dessas comparações. Para o cálculo do erro utilizou-se a seguinte expressão:

$$\text{Erro} = 100\% \frac{NMA_T - NMA_S}{NMA_T} \quad (1)$$

onde  $NMA_T$  é o número médio de amostras até o sinal teórico e  $NMA_S$  é o número médio de amostras até o sinal obtido por meio das simulações.

É importante ressaltar que a validação do código computacional elaborado depende dos erros. Quanto menor o erro inerente ao código, mais confiável este será. Considerou-se razoável para este estudo um erro de no máximo 2%. Observa-se da Tabela 2 que apenas um valor ultrapassou 2%. Este valor encontra-se assinalado na tabela.

**Tabela 2** - Erros percentuais entre  $NMA_S$  e  $NMA_T$  para o gráfico VSS

$\bar{n}$	$n_1$	$n_2$	w	$\lambda$	erro (%)
2	1	21	5,9925	1	0,11
	1	11	4,6052	2	6,50**
	1	6	3,2189	3	0,33
	1	3	1,3863	4	0,5
3	1	41	5,9925	1	0,07
	1	11	3,2189	2	0,14
	2	7	3,2189	3	0,94
	2	4	1,3863	4	0,67
4	1	31	4,6052	1	0,03
	2	12	3,2189	2	0,31
	3	8	3,2189	3	0,11
	3	5	1,3863	4	0

Até o momento o código mostrou-se confiável, pois são pequenas as diferenças entre os resultados obtidos por simulação e os existentes na literatura. Deste modo o código poderá ser utilizado com segurança na etapa subsequente deste trabalho, que consiste no estudo das propriedades dos gráficos de controle adaptativos multivariados.

### Referências Bibliográficas

- APARISI, F. Hotelling's  $T^2$  Control Chart with Adaptive Sample Sizes. **Internacional Journal or Production Research**. v. 34, n.10, p. 2853-2862, 1996.
- HANEDA, B. K.; MACHADO, M. A. G.; COSTA, A. F. B. **Gráfico de controle bivariado com tamanho de variado**. 2006. Relatório Técnico. DPD/ FEG/ UNESP.
- COSTA, A. F. B.  $\bar{X}$  charts with Variable Sample Size. **Journal of Quality Technology**, v. 26, n. 3, p. 155-163, 1994.
- COSTA, A.F.B.; EPPRECHT E.K.; CARPINETTI, L.C.R. **Controle Estatístico de Qualidade**. 2. ed. São Paulo: Editora Atlas, 2005.v.1, p. 334.

**Bolsa:** CNPQ/PIBIC